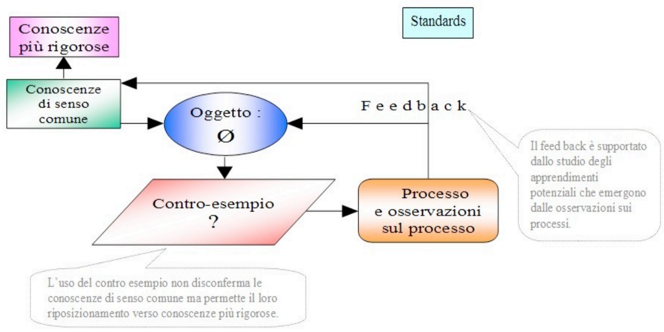
2. A PARTIRE DAL SENSO COMUNE

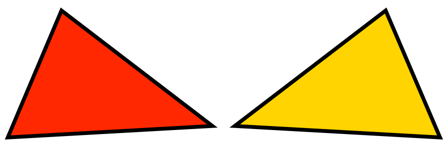
Le unità didattiche:

2.1 Simmetria assiale

A partire da una situazione problema si indaga su diverse forme geometriche, se ne scoprono le proprietà, le caratteristiche ed intrecciando linguaggio comune e linguaggio specifico si conclude ponendo le basi per un uso della simmetria. Il procedere della proposta didattica rispecchia così gli operatori concettuali descritti nei riquadri degli standard.



A Chieri durante la prima settimana di luglio si svolge un'importante rassegna di teatro di strada, in quell'occasione alcuni giovani di un'associazione locale partecipano preparando uno spettacolo di clownerie con numeri acrobatici e comici.
A Denis è stato dato un abito di colore rosso dalla parte esterna e di colore giallo internamente. Senza pensarci troppo Denis, che vuole movimentare il suo vestito da clown con delle toppe di un altro colore, taglia con le forbici un triangolo di stoffa dal vestito stesso pensando di ricucirlo a rovescio. Si accorge però che il pezzo di stoffa rovesciato non ricopre il buco fatto nella stoffa.
Come si potrebbe rimediare a questo guaio utilizzando sempre quel pezzo di stoffa e ottenendo lo scopo che Denis si era prefisso?



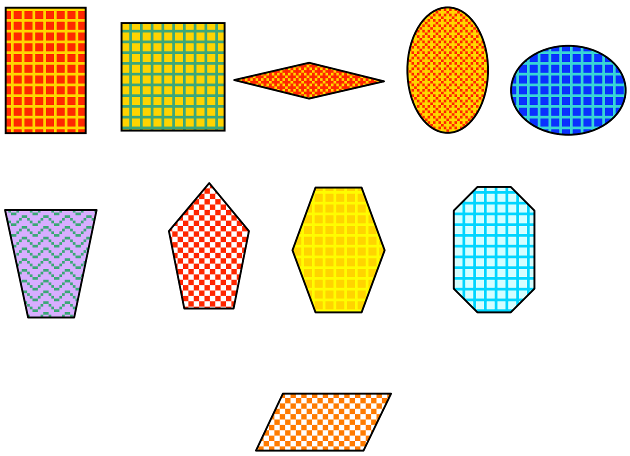
Il problema fu proposto in modo simile come lettura in un vecchio manuale di geometria per licei scientifici "Il pensiero geometrico" Cateni e Fortini Le Monnier 1970, tratto a sua volta da G. Boucheny edito da Larousse. Allora in classe non si parlava di trasformazioni geometriche: isometrie, traslazioni, simmetrie non erano ancora entrate nei programmi scolastici. Per chi frequentava le scuole in quel periodo le figure geometriche erano fisse, non traslavano, non ruotavano, non si ribaltavano.
Perciò è curioso questo problema che costringe a pensare ad un triangolo rovesciato che non può più occupare lo stesso spazio di prima e suggerisce di risolvere la questione tagliando il triangolo in un certo numero di triangoli isosceli questi sì rovesciabili. Propone poi tre casi in cui la pezza sia a forma di triangolo acutangolo come nella figura sopra, che sia rettangolo, che sia ottusangolo.
Anche con i nostri allievi, specie quelli più adulti, l'aspetto dinamico della geometria non è sempre scontato. Nella pratica molti hanno affrontato situazioni in cui le proprietà simmetriche degli oggetti con cui operavano erano fondamentali (piastrelle, decorazioni Stencil, modelli in carta per vestiti, centrini ritagliati nella carta…) ma se si parla di figure geometriche queste ritornano ad essere rigide tracce bidimensionali su fogli e lavagne.

Intanto incominciano ad arrivare dei suggerimenti…

Se tagliava delle toppe quadrate non sarebbe successo il guaio.

Solo quadrate?
No anche rettangolari.
Meglio ancora circolari come le toppe delle camere d'aria delle bici, oppure ovali.
Le toppe che si mettono ai gomiti dei maglioni o alle ginocchia dei pantaloni sono ovali… in genere.
Ma tagliare un rotondo nella stoffa neanche Giotto…
E un rombo come nel costume di Arlecchino? Tutto toppe a losanghe.
Rombi e losanghe sono la stessa cosa? In Francia il rombo si chiama losange.
Tutte queste forme vanno bene.
Conoscete il nome di tutte?

Riferimento agli Standard. Area scientifica, Standard F Livello 2.2 *Riconosce, nomina enti geometrici e loro proprietà.*

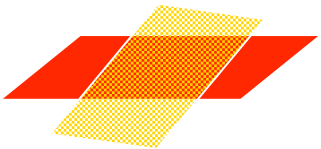


E questa figura?
Si chiama parallelogramma.

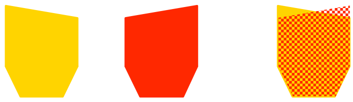
Questo no non va bene.
Non sono convinta. Proviamo a ritagliarne due mettendo un foglio doppio e provando poi a rovesciarne uno.

Qui coincidono buona parte dei lati maggiori ma i lati minori non sono paralleli perciò avanzano due triangolini gialli uno in alto e l'altro in basso. Il parallelogramma rosso non è ricoperto completamente rimangono fuori due triangolini delle stesse dimensioni di quelli gialli. La parte ricoperta ha forma di esagono.

Qui i lati sono tutti paralleli ma le due figure si ricoprono solo per una parte che corrisponde ad un rombo.



Rombi ed esagoni stavano fra le figure la cui forma era rovesciabile!
Ma un esagono fatto così è "rovesciabile"?

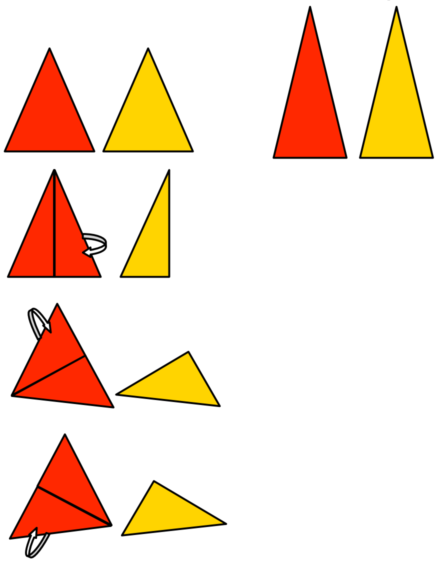


No, ma la parte sovrapposta delle figure sì. Che forma ha?
E' un ettagono, un poligono con 7 lati. Questo particolare ettagono è "rovesciabile".
Ormai si è capito come funziona. Per forza è la parte della figura che è sovrapponibile!
Ma ora si tratta di capire qual è la caratteristica comune a tutte queste figure "rovesciabili" che non è posseduta da quelle non " rovesciabili".

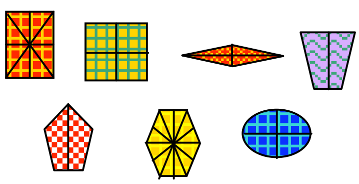
Riferimento agli Standard, Area scientifica, Standard F, Livello 2.3 *Riconosce, nomina le principali figure piane e le loro proprietà con linguaggio corrente.*

Ci siamo dimenticati dei triangoli…Non ci piacciono le toppe triangolari!
Che forma dovrebbe avere un triangolo per essere " rovesciabile"?

Così, con i lati tutti uguali o almeno due. Cioè equilatero ed isoscele.



Proviamo a trarre delle conclusioni.
Le figure che possiedono una linea lungo la quale possono essere divise a metà e queste due metà, se sovrapposte, coincidono sono rovesciabili.
Alcune figure possiedono più di una di queste linee. Ma per essere rovesciabili é sufficiente che ne possiedano una.



A questo punto, se ancora non si è presentata l'occasione prima, è possibile definire e attribuire i termini corretti a ciò che è stato elaborato fino a qui.
Simmetria, assi di simmetria, simmetria assiale, ma anche diagonali, mediane, bisettrici, altezze.

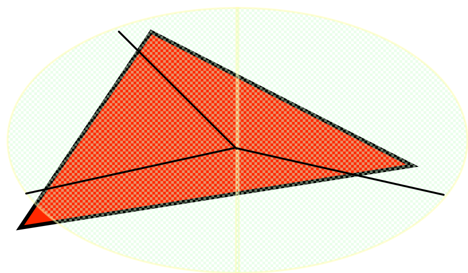
Utilizzando le figure proposte è possibile proporre una classificazione di queste in base al numero di assi di simmetria per giungere alla definizione di poligoni regolari. In particolare con i quadrilateri si può mettere in evidenza come "allontanandosi " dal quadrato si vadano perdendo assi di simmetria…

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard F. Livello 3.5.*Riconosce, disegna, descrive le caratteristiche di figure bidimensionali con linguaggio specifico. Livello 3.6 Individua, disegna altezze, bisettrici, individua graficamente punti notevoli.*

Infine il cerchio, figura dalle caratteristiche peculiari, il centro come punti equidistante da tutti i punti della circonferenza, con i suoi infiniti assi di simmetria coincidenti con i suoi diametri.

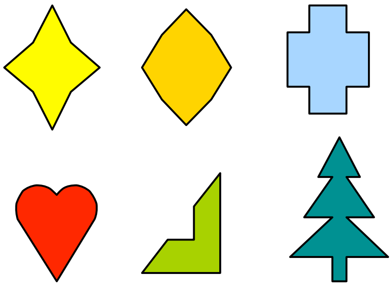
Resta ancora da vedere come rappezzare il guaio di Denis.
La soluzione è scomponiamo la toppa in pezzi che siano forme rovesciabili cioè che possiedano almeno un asse di simmetria.
Scomponendo il triangolo della toppa in tre triangoli isosceli che sono individualmente rovesciabili è possibile ricoprire il buco.
La costruzione geometrica si ottiene determinando il centro del cerchio circoscritto che si trova all'interno del triangolo, si unisce questo ai tre vertici.
I lati uguali sono i raggi del cerchio.
Il triangolo dunque risulterà scomposto in tre triangoli isosceli diversi ma con i lati obliqui congruenti in quanto raggi dello stesso cerchio.
Costruzioni analoghe sono possibili per gli altri tipi di triangolo (rettangolo e ottusangolo)

Riferimento agli Standard, Area scientifica, Standard F, Livello 3.11. *Usa la simmetria.*



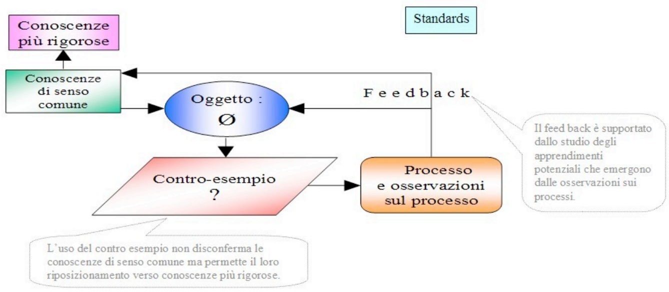
Annotazioni

Carta, cartoncino fogli di plastica trasparente,forbici sono materiali ideali per fare delle prove concrete.
Si può arricchire l'argomento esaminando anche forme come queste per avvicinarci alle forme "naturali".



Collegamenti possibili con scienze:
Simmetria nell'ambiente naturale
Simmetria ed equilibrio (un approccio sperimentale ad alcune leggi fisiche connesse alla simmetria).

2.2 La moltiplicazione. Lo zero e l'uno nelle operazioni



La complessità concettualedello zero e dell'uno emergono in situazioni in cui si decide di moltiplicare, sommare o sottrarre. Le condizioni di controllo dei risultati delle operazioni sono agite dal gruppo classe ed emergono dalle provocazioni poste dall'insegnante. Questi evitando la deriva meccanica fa ragionare sull'algoritmo interno alle operazioni crea le condizioni perché gli studenti possano valutare ordini di grandezza e calcolare numeri interi e decimali, in riga ed in colonna.

Non ricordo più dove ho trovato questa proposta che è molto efficace per ricordare il comportamento dello zero nelle operazioni di addizione e moltiplicazione.

Si parte dal presupposto che tutti intuiscano o sappiano che la moltiplicazione è un'operazione più potente dell'addizione, moltiplicare fra loro dei numeri quindi dovrebbe portare a numeri quantitativamente più grandi che con l'operazione di addizione.
E' sempre vero?
Questa situazione si propone ad una classe di adulti delle "150 ore" composta da allievi di età molto differente e provenienti da situazioni molto eterogenee. Siamo ancora all'inizio del corso dopo il periodo di accoglienza, dal punto di vista disciplinare si sono svolte le unità didattiche riguardanti il sistema di numerazione decimale, con recupero delle capacità di scrittura e lettura numeri e si è già parlato dello zero dal punto di vista storico e di ciò che ha significato per gli sviluppi della matematica in particolare del calcolo.

Cosa scommettereste?
Prendete la vostra squadra di calcio preferita e cercate di immaginare l'ammontare delle reti che la squadra segnerà in ciascun incontro del prossimo Campionato.
Quale numero sareste disposti a scommettere che risulterà maggiore: la somma del numero delle reti o il loro prodotto?

La proposta è in genere ben accettata. A tutti è capitato di fare scommesse anche strane e il calcio, in questo caso poco più che un espediente, funziona sempre.
Molti decidono in base alla scelta effettuata dai colleghi che essi giudicano come i più "bravi"o quelli che hanno risposto con più sicurezza.
Si formano quindi degli schieramenti, interessanti per leggere eventuali dinamiche all'interno della classe.
La richiesta di motivare rimette la scelta in discussione. Aumenta l'incertezza.

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard F Livello 1.11. *Addiziona, sottrae; controlla risultati con la calcolatrice.* Livello 2.10. *Calcola moltiplicazioni..*

Qualcuno fa degli esempi concreti attribuendo una serie ipotetica di reti e addizionando e poi moltiplicando, confrontando i due risultati.
Chi sceglie questa strada in genere sceglie di scommettere sulla moltiplicazione.

Sembra che a nessuno in prima ipotesi venga in mente di attribuire zero reti ad almeno una partita giocata dalla propria squadra preferita.
E' una questione psicologica o è per la scarsa consapevolezza del concetto di probabilità? E' utile comunque sottolineare in seguito come la nostra percezione possa essere "distratta" da convinzioni, pregiudizi o speranze.
E' molto improbabile che una squadra in tutto il Campionato per quanto abbia al suo interno il cannoniere più bravo non capiti di fare 0 reti.
Ovviamente il giochino non ha come scopo lo sviluppo del concetto di probabilità ma è finalizzato a scoprire che in una serie di fattori è sufficiente che compaia anche una sola volta il fattore 0 per annullare il prodotto finale.
In qualche caso l'aiuto che si può dare è di verificare cosa succede nei due casi se la squadra facesse sempre solo un goal in tutte le partite. Anche l'uno è un numero particolare e può attirare l'attenzione sulla questione.
Si può formalizzare dando la definizione di elemento neutro ed elemento assorbente.
Ora che abbiamo visto che cosa succede a moltiplicare per 0 e per 1 dobbiamo cercare di capire che cosa succede a moltiplicare per numeri compresi fra 0 e 1.
Questo passaggio, tutt'altro che scontato per molti adulti che frequentano i corsi di CTP, è importante per dare significato alle proprietà relative alle operazioni, ai numeri e alla loro diversa rappresentazione nei diversi campi numerici.
L'eterogeneità dei corsisti rende necessario proporre diversi approcci, cercando anche di mettere a servizio di tutti le conoscenze di quelli più consapevoli delle proprietà di numeri e operazioni.
Si può semplicemente proporre una domanda come questa, che risulta sufficiente laddove è necessario soltanto richiamare attenzione e riflessione sulla situazione che si vuole esaminare.
Se moltiplico 12 per 0,99 otterrò un numero più grande o più piccolo di 12? Sapreste dire perché?

Generalmente invece è necessario allargare l'indagine a più situazioni e queste devono essere proposte in modo tale da evitare che l'applicazione meccanica dell'algoritmo dell'operazione "nasconda" il significato del risultato ottenuto. A questo scopo si può proporre un'attività che invertendo il processo proponga di trovare le coppie di numeri, scelte da un elenco assegnato, che associate in quella operazione portino ai risultati contenuti in un altro elenco dato. (Fig.1)

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard F Livello 2.10. *Calcola moltiplicazioni, applica moltiplicazioni per calcolare prezzi complessi da prezzi unitari.*

PRODOTTO	FATTORI
50	10 ; 5
5	
1,8	
9	
11	
3,6	
4,5	
0,25	
1,25	
5,5	
0,09	
3,3	
2,5	

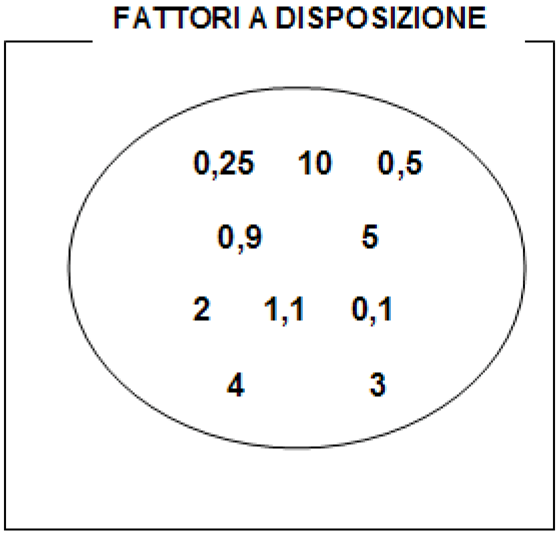


Fig.1

E' possibile variare a piacere la difficoltà e proporla per osservazioni analoghe anche per l'operazione di divisione, può essere utilizzata la calcolatrice, può essere proposta sotto forma di gara a squadre.
Quello che è importante è raccogliere tutte le osservazioni che hanno aiutato nella scelta dei numeri a disposizione.
Quali caratteristiche devono avere i numeri scelti per ottenere quel tipo di risultato?
Avete applicato qualche strategia per individuare più velocemente le coppie di numeri?
Ad esempio moltiplicare (e dividere) per 10 nel nostro sistema decimale posizionale è particolarmente semplice e veloce.

Cosa succede ad un numero se lo moltiplico per 0,5? E per 0,1?

Per concludere, a rinforzo di quanto fatto, si può proporre ai corsisti di costruire, sul modello della tabellina Pitagorica che tutti conoscono, una tabella moltiplicativa che comprenda lo 0 e almeno il valore 0,5 intermedio fra 0 e 1. Nella tabellina classica lo 0 non c'è e invece noi possiamo aggiungerlo per mettere in evidenza quanto studiato. Possiamo evidenziare anche i prodotti che risultando dalla moltiplicazione di un fattore per 0,5 lo dimezzano… (Fig. 2)

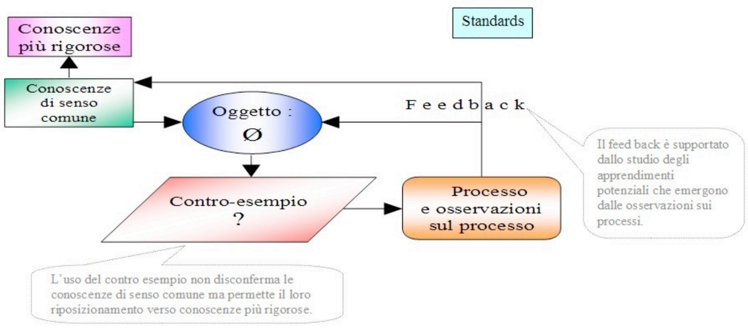
Riferimenti agli Standard. Area scientifica. Standard F. Livello 2.7. *Valuta con approssimazione l'ordine di grandezza.* **Standard F.** Livello 1.13. *Moltiplica importi unitari per N volte (N fino a 10), moltiplica i naturali per 10, 100, 1000.* **Standard G.** Livello 2.5. *Legge/scrive numeri, importi in cifre e lettere (naturali e decimali).*

X	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
1	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
1,5	0	0,75	1,5	2,25	3	3,75	4,5	5,25	6	6,75	7,5
2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2,5	0	1,25	2,5	3,75	5	6,25	7,5	8,75	10	11,3	12,5
3	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15
3,5	0	1,75	3,5	5,25	7	8,75	10,5	12,3	14	15,8	17,5
4	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
4,5	0	2,25	4,5	6,75	9	11,3	13,5	15,8	18	20,3	22,5
5	0	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25

Fig. 2

2.3 Valutare una pizza

A partire da un breve racconto si chiede di evidenziare l'importanza che per ciascuno assume l'azione del valutare introducendo poi il contributo che la matematica può offrire nel classificare, valutare e scegliere con criteri esplicitati. Emerge così l'attenzione al reperimento di informazioni, alla loro validazione, all'opportunità di avvalersi di descrizioni rigorose per comunicare con gli altri.



Scommettiamo, maestà
che se cucinerò
un cibo che sia tondo
come il mondo,
né primo né secondo,
né carne, né pesce
colore del mare e della terra,
della pace e della guerra,
come l'inferno caldo
e profumato come il paradiso,
cibo così gustoso
che chi lo assaggia lo verrà in eterno,
e se lo saprò cucinare più in fretta
che a far la pastasciutta…
e se un tal cibo vi piacerà
più di ogni altro che abbiate mai mangiato…
allora chiedo di esser liberato!

Da "Totò Sapore" di R.. Piumini

La pizza di Totò Sapore fu giudicata sublime e così il cuoco prigioniero vinse la scommessa, salvò la testa e riconquistò la libertà.
Una pizza "mitica" appena creata mette d'accordo tutti dai nobili della corte più schizzinosi ai popolani dei vicoli, ma se noi volessimo darci un metodo per decidere fra le innumerevoli offerte quando una pizza è buona come potremmo fare?

Inizia in questo modo una proposta didattica per un gruppo classe delle "150 ore" nell'a.s. 2002/2003, composto da una ventina di allievi molto diversi per età e provenienza.
Qual è il clima che ha fatto nascere questa proposta?
Alcuni insegnanti del CTP si stavano ponendo il problema se intraprendere o meno il percorso impegnativo dell'accreditamento regionale che comporta la costruzione di procedure di controllo e di valutazione sui progetti e sulle stesse azioni formative attivate.
Il linguaggio della Qualità sta dilagando ovunque, qualcuno dei nostri allievi è addetto ad un piccolo segmento del controllo degli Standard di Qualità del prodotto in uscita o in entrata nell'azienda in cui lavora. Per i più giovani valutare è ancora soltanto dare un voto, un giudizio finale ad un compito o ad una interrogazione…
Discutere su cosa il termine valutazione evoca in ciascuno di noi porta con sé molte valenze, anche emotive, che sicuramente gli insegnanti dei centri di educazione per gli adulti sono abituati ad affrontare.
Dunque è stato interessante proporre un lavoro di questo genere, che se da un lato non pretendeva di esaurire i problemi complessi legati alla valutazione, almeno ha provato ad allargare gli orizzonti in cui questo termine viene collocato solitamente.
E la matematica? Qual è il suo contributo?
La matematica offre un supporto logico, un modello, alla costruzione di un sistema di valutazione, fornisce il concetto di unità di misura, fornisce le basi ad eventuali strumenti di misura che dipendono da una qualsiasi legge fisica

(termometri, estensimetri, rugosimetri…) e infine l'algoritmo di valutazione finale.
Raccogliendo i diversi contributi degli allievi si arriva a definire che valutare include in sé due componenti: una componente di misurazione, quindi di descrizione, ed una componente di giudizio-decisione.
E' importante che nella discussione si ponga l'accento su questo e sul fatto che valutare è attribuire da parte di qualcuno (il chi della valutazione) un giudizio di valore a qualche cosa (il cosa, l'oggetto della valutazione) su scale qualitative o quantitative che utilizzano tecniche e strumenti diversi (il come della valutazione).
E' sufficiente? No deve esserci il perché, lo scopo della valutazione senza il quale quest'ultima rimane un termine privo di forza di orientamento.
Passiamo a definire dunque il chi, il cosa, il perché e il come della nostra valutazione.

Chi	Gruppo allievi licenza media , clienti-consumatori
Cosa	La bontà della pizza margherita (versione estiva)
Perché	Per scegliere al meglio la pizzeria per la cena di fine anno scolastico
Come	Come clienti non possiamo utilizzare strumenti di misurazione particolarmente sofisticati, né possiamo controllare in cucina gli ingredienti; quindi si devono individuare criteri che poi possano essere descritti da indicatori misurabili con gli strumenti a nostra disposizione: i cinque sensi o poco più.

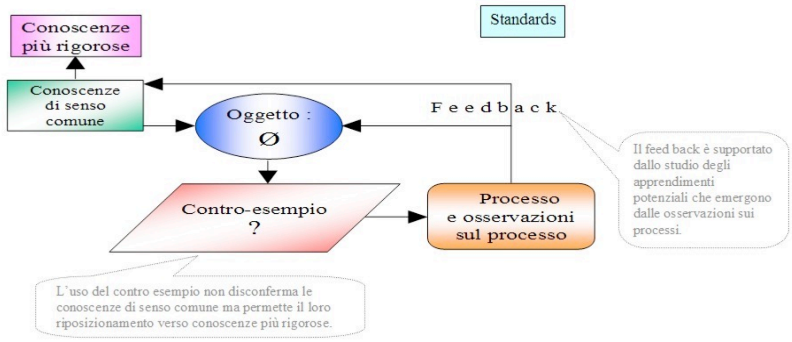
La scelta della pizza Margherita è stata decisa insieme dopo che era emersa la necessità di scegliere un tipo di pizza con pochi ingredienti e molto rappresentativa.
Il dibattito sulla scelta dei criteri è molto animato, ci si accorge che ci sono moltissimi criteri per valutare una pizza, molti di questi però devono essere esclusi perché non si riesce a collegarli ad uno standard misurabile.
Il rischio qualcuno fa notare è che alla fine si prenda in esame solo ciò che si riesce a misurare con la conseguenza di ritrovarsi con dati limitati o irrilevanti, mentre si è ignorato ciò che è ampio, generale, che non ammette misure precise.
In ogni caso quando vengono proposte valutazioni che richiedono strumenti di misura non disponibili (o addirittura inesistenti) è utile non far cadere subito queste proposte ma riflettere su misure e strumenti per rilevarle, collegandole dove è possibile a situazioni in cui queste possono essere utilizzate.
Qualcun altro precisa che anche le misure fatte ad occhio sono riconducibili a misurazioni matematiche, ma non ci sembrano tali perché ci fidiamo della nostra esperienza che bypassa le misurazioni quantitative fatte da altri prima di noi.

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard I. Livello 2.8. *Elabora campionamenti informali dei beni da acquistare*. Livello 2.9. *Raccoglie informazioni da altre persone, le confronta con la propria esperienza*. Livello 2.10. *Esegue e dà istruzioni di tipo descrittivo*. Livello 3.3 *Classifica, valuta e sceglie prodotti da acquistare facendo riferimento, a più criteri di classificazione.*

Se la ricetta dice che ci devono essere almeno 50 g di mozzarella sulla pizza da che punto in poi incominciamo ad accorgerci che ce n'è troppo poca?
La superficie ricoperta risulta esigua rispetto al totale, come possiamo definire o misurare questa situazione?
Altre divergenze derivano dal fatto che si propongono criteri contraddittori (pizza croccante o pizza soffice?) che provengono da scuole di pensiero diverse. Decidiamo in questi casi di attenerci alla tradizione.
Intanto si individuano con l'aiuto dell'insegnante i termini che compongono il vocabolario della valutazione.
Valore atteso, criterio, standard concettuale, indicatore, standard operativo.
Mentre si incomincia a costruire il sistema di valutazione emergono i concetti fondamentali.
Il concetto di standard è un concetto di soglia al di sotto della quale lo standard non è raggiunto. Quindi è un sì o un no (uno o zero). E' un concetto
Nel caso in esame la soglia rappresenta un valore arbitrario, che deriva da una scelta soggettiva e corrisponde in astratto alle preferenze di uno (o un gruppo) di consumatori.
In generale però il concetto di soglia riguarda tutti i fenomeni che presentano un andamento discontinuo e che quindi devono essere rappresentati in modo diverso al di qua e al di là di un punto. Esprimere questo concetto con esempi può rendere disponibile un modello di lettura di realtà fisiche e sociali molto diffuse.
Anche le misurazioni possono contenere in alcuni casi elementi soggettivi, è necessario perciò che criteri e standard siano espliciti (trasparenza) così come metodi di misurazione e strumenti utilizzati (confrontabilità).
Un sistema del genere acquista senso quando ci si deve mettere d'accordo in tanti su un problema complesso che impone scelte e decisioni.
Il risultato finale della discussione della classe è riassunto nella tabella che segue.
Nonostante la serietà, che abbiamo provato a metterci nel costruirla, rimane qualche particolare discutibile come il formaggio che fa i fili e altre quisquilie e pinzillacchere.
Alla cena poi nessuno ha avuto voglia, dopo i tempi geologici dell'attesa, mettere ancora alla prova il sistema di valutazione, ci si sentiva già un po' in vacanza, mentre invece la metodologia acquisita si è rivelata utile in un lavoro successivo individualizzato che descriveva le strategie personali di scelta fra diversi prodotti della stessa tipologia merceologica. La relazione molto schematica doveva mettere in evidenza i criteri di classificazione e di scelta adottati riferiti alla propria situazione (esigenze etiche, economiche, di salute, preferenze e gusto personale…), esplicitando le fonti di informazioni utilizzate (esperienza propria, altrui, riviste specializzate, etichette, pubblicità…)
Questo ulteriore sviluppo permette di registrare meglio le competenze attivate nella UD, che si proponeva principalmente di proporre e illustrare un metodo di valutazione applicato anche in altri ambiti (ad es. valutazione della programmazione di interventi di educazione sanitaria), di confrontarle con quelle individuate dallo Standard di riferimento, trasferendo ad un livello più concreto e realistico le strategie individuate, rivalutando nel contempo la propria esperienza personale ed il grado di consapevolezza delle proprie scelte.

2. 4 La dimensione delle cose

Le suggestioni date da ordini di grandezze molto grandi o molto piccole sono oggetto di discussione a partire dal semplice atto di navigare in Internet. Parole del linguaggio comune come il vedere sono indagate nella loro complessità facendo emergere il bisogno di riconoscere principi ordinatori convenzioni, quindi unità di misure.
Operando con le misure riscoprire grandezze con rappresentazioni esponenziali.



Ci fa usare Internet, prof per favoreeee…
Questa è la pressante richiesta che fanno quasi ogni giorno Andrea e Ahmer.
Questa è una risposta possibile.

Costruire una presentazione di diapositive di oggetti ordinati per dimensioni che ci conduca a spasso per l'Universo dai più piccoli atomi ai più grandi ammassi di galassie, utilizzando Internet per la ricerca immagini o riviste di divulgazione scientifica.

Perché le dimensioni sono importanti, per apprezzare la varietà della Natura e sforzarci di capire un po' come funziona il nostro mondo.
Per comprendere qual è il nostro posto nello schema delle cose.

La percezione delle dimensioni delle cose e delle distanze che sono accessibili ai nostri sensi sono comprese fra qualche centesimo di millimetro da un lato (lo spessore di un foglio di carta sottilissimo) e alcuni chilometri, la distanza che visivamente siamo in grado di raggiungere con i nostri occhi in una giornata particolarmente limpida, dall'altro. L'ordine di grandezza del rapporto fra le cose più grandi e quelle più piccole che riusciamo ancora comprendere concretamente è un miliardo, 109. La proporzione fra un atomo e quello dell'intero universo noto è di 1 a 1036. Quattro volte 109.

Ordine di grandezza, scrittura di numeri per potenze di 10, notazione scientifica sono strumenti e concetti che non sono solo utili a scrivere numeri molto grandi o molto piccoli ma ci permettono di compiere una operazione culturale più ampia.
La matematica ci aiuta a chiarire e a definire ciò che di fatto è inimmaginabile.

Questa unità didattica illustra la fase preparatoria del lavoro che verrà svolto via via nel corso dell'anno ed intende avvalersi in modo prevalente della metodologia della comunicazione.
Comunicazione verbale tra gli studenti fra di loro e con l'insegnante, comunicazione scritta e delle immagini dei media e di Internet.
Comunicazione che passa attraverso l'ascolto, la capacità di porsi domande significative, di riflettere su questioni che sono solo in apparenza ovvie, di selezionare all'interno della gran massa di informazioni che ci circonda le informazioni e i dati da mettere in comune scegliendo ciò che si ritiene più utile agli scopi prefissati.

Non è facile, il rischio in lavori come questo è quello di essere dispersivi o eccessivamente superficiali, ricalcando un po' quell'opera di spettacolarizzazione di aspetti della scienza tipici di certi media.
Per contro la curiosità, la ricchezza di stimoli che invece può suscitare e ai quali è possibile dare risposte con gli strumenti a disposizione, vale bene il rischio.
Anche se non si riesce a completare tutto il lavoro, come è successo a noi, si è creata un'esperienza significativa.
Si sono visitati siti Internet interessanti, non solo per le immagini che fornivano, ma anche per le informazioni indirette del mondo che abitiamo, come l'esistenza di aziende che "curano l'immagine" alle molecole organiche e che offrono ad aziende chimico-farmaceutiche le loro elaborazioni al computer, siti di astrofili appassionati, siti di amanti della natura che fotografano anche oggetti piccolissimi, siti scientifici come quello del CERN dove abbiamo avuto la tentazione di utilizzare il lavoro già fatto da loro, anche se con criteri differenti.
Si sono consultati testi di scienze dove le immagini di batteri e virus erano accompagnate da scale grafiche, che ci sono servite per stimare le dimensioni di questi microrganismi. Si sono incontrate unità di misura sconosciute ai più, come i parsec, le U.A., gli angström che ci hanno costretto a equivalenze, calcoli, approssimazioni inusuali ma mai astrusi, rafforzando in qualcuno, se non in tutti, la fiducia nel maneggiare ciò che sembra essere riservato solo "a chi ha studiato".

L'aula dove si svolgevano le lezioni è dotata di un computer collegato alla rete.
Abbiamo utilizzato un motore di ricerca immagini e testi.(Google).
Il gruppo non era molto numeroso, una decina di persone tra cui alcuni minori italiani, gli altri erano adulti italiani e stranieri con una buona conoscenza della lingua italiana. Il corso era quello tradizionale per il conseguimento della Licenza Media, che utilizza 4 ore alla settimana per le discipline scientifiche.

La classe si anima, si fa un primo elenco di cose da cercare ritenute piccole, piccolissime, grandi, grandissime, ma anche lontanissime.
Si discute: piccolo, grande rispetto a cosa?
Per noi piccolissimo è ciò che stenta ad essere visto, così come grandissimo va al di là dell'immaginabile. Per i fisici la linea di demarcazione fra oggetti piccoli e oggetti grandi passa laddove l'atto di osservarli con strumenti ha un effetto non trascurabile sugli oggetti stessi.
Certe cose non possono essere "viste" senza distruggerle.
Su che cosa significa vedere è importante tornare più volte. Ho ben presente la delusione di un gruppo di visitatori all'osservatorio astronomico, che si aspettavano di vedere attraverso il telescopio quelle immagini bellissime di galassie, nebulose alle quali ci hanno abituato le riviste.
Nella nostra ricerca troveremo immagini di oggetti celesti e molecole, coloratissime rielaborazioni al computer.
Degli atomi troveremo solo immagini di schemi e disegni e a volte intrecci di linee colorate, tracce per noi indecifrabili lasciate dalle particelle nelle loro traiettorie.
Dare un dimensione anche alla lunghezza d'onda della luce normale diventa importante per discriminare fra ciò che è visibile al microscopio ottico e cosa no.
L'atomo è mille volte più piccolo della lunghezza d'onda della luce (10-6)
Per "vedere" qualcosa dunque è importante sapere che dobbiamo esporlo ad una "luce" che abbia una lunghezza d'onda di dimensioni paragonabili. Ma piccole lunghezze d'onda sono dotate di energie elevate che perturbano il sistema che stiamo osservando.

Filo d'erba, formica, cellula, virus, batteri, atomi, granello di sabbia, sequoia, balena, Everest, grattacielo, Giove, Sole, sistema solare, galassie…
Scriviamo alla lavagna tutto. Basta così. Ora dobbiamo ordinarle per dimensione, diciamo dalla più piccola alla più grande. Di quale unità di misura abbiamo bisogno? Ci bastano i multipli e sottomultipli che conosciamo?
Quanto misurano questi oggetti? Quali dimensioni vengono prese in considerazione? Dipende dalla forma. Si parla di dimensione prevalente, media.
Se è rotonda o sferica usiamo il diametro.
Ci servono proprio le dimensioni precise o può bastare mettere in evidenza a quale "categoria dimensionale" appartengono?
Dovremmo costruire uno schema provvisorio che guidi il nostro lavoro.
Una retta delle dimensioni come la retta dei numeri o la linea del tempo. Ma non ci staranno mai tutti. C'è troppa differenza di dimensioni. Ma da dove si parte?

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard D, Livello 2.2 *Individua numeri naturali e decimali su rette orientate.* **Standard B**, Livello 2.1 *Conosce le unità di misura di lunghezza(metrico-decimali); sceglie l'unità di misura opportuna.***Standard A.** Livello 2.4 *Legge, usa unità di misura comuni per peso, lunghezze, capacità.*

Come nel termometro si può mettere lo zero in corrispondenza dell' unità di misura corrispondente ad un metro, che poi non è un caso che sia lungo così, perché gli esseri umani si misurano appunto così: 1 metro e ottanta, 2 metri se sei un giocatore di Basket…

Un'altra interessante possibilità di approfondimento: la visione antropocentrica, la visione che adotteremo per la nostra presentazione perché comunque partiremo dall'uomo e quindi dalle sue dimensioni, per andare nelle due direzioni opposte. Ma alla tacca prima e a quella dopo che ci scriviamo?
Il decametro che viene dopo il metro e vale 10 metri, ma poi si finisce subito con i chilometri da una parte e i millimetri dall'altra.
Non bastano. Ci sono gli anni luce. Ma è una misura di tempo. No misura le distanze galattiche.
Lo incontreremo spesso è importante che noi conosciamo quante vale un anno luce, cosa significa, per poter tradurre le misure in anni luce in chilometri e quindi in metri.
Delle volte, anche se sembra inopportuno, è necessario anticipare. Le informazioni in possesso degli adulti sono vaste, anche se non sempre organizzate e chiare.
Possiamo usare gli ordini di grandezza, quelli che avevamo usato per confrontare dei prezzi. Decine, centinaia, migliaia, milioni…per quelli più grandi, per quelli più piccoli decimi, centesimi, millesimi…
In effetti…Non dobbiamo inventarci tutto noi per fortuna, la Conferenza generale dei Pesi e Misure che si riunisce ogni quattro anni … ricordate la Convenzione sul trattato del metro ne abbiamo parlato quando abbiamo parlato di grandezze e misure, unità di misura… prende in esame le proposte del Comitato Internazionale dei Pesi e delle Misure e in base alle esigenze che i nuovi sviluppi della ricerca richiedono aggiunge dei nuovi moltiplicativi per le unità di misura.

FATTORI DI MOLTIPLICAZIONE		Prefisso	Simbolo
1 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{24}	yotta	Y
1 000 000 000 000 000 000 000	10^{21}	zetta	Z
1 000 000 000 000 000 000	10^{18}	exa	E
1 000 000 000 000 000	10^{15}	peta	P
1 000 000 000 000	10^{12}	tera	T
1 000 000 000	10^{9}	giga	G
1 000 000	10^{6}	mega	M
1 000	10^{3}	chilo	k
100	10^{2}	etto	h
10	10^{1}	deca	da
1	10^{0}		
0,1	10^{-1}	deci	d
0,01	10^{-2}	centi	c
0,001	10^{-3}	milli	m
0,000 001	10^{-6}	micro	µ
0,000 000 001	10^{-9}	nano	n
0,000 000 000 001	10^{-12}	pico	p
0,000 000 000 000 001	10^{-15}	femto	f
0,000 000 000 000 000 001	10^{-18}	atto	a
0,000 000 000 000 000 000 001	10^{-21}	zepto	z
0,000 000 000 000 000 000 000 001	10^{-24}	yotto	y

L'osservazione accurata di questa tabella ci permette di riprendere il discorso sugli ordini di grandezza e sull'estrema semplicità del sistema di scrivere sotto forma di potenze di dieci numeri grandi e piccoli.
Alcuni notano la forma simmetrica che disegnano i numeri.
Altri chiedono il significato dei prefissi moltiplicativi.
E' possibile una bella digressione etimologica sui prefissi moltiplicativi. Per ricordare meglio il valore di alcuni di loro si possono analizzare ad es. i prefissi mega, giga , micro, nano, cercando altre parole italiane che li contengano. Altri prefissi come femto e atto derivano dal danese e dal norvegese denunciando un "allontanamento" del linguaggio scientifico dalle lingue classiche.
Qualcuno nota che fino a mille e ai millesimi non si salta nessun ordine di grandezza poi si va di 1000 in 1000. Come mai ci si chiede? Non ci sono quelle potenze?

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard E, Livello 3.2 *Moltiplica e divide naturali e decimali per 10, 100, 1000….* Livello 3.3 *Esegue equivalenze fra misure senza schemi grafici.*

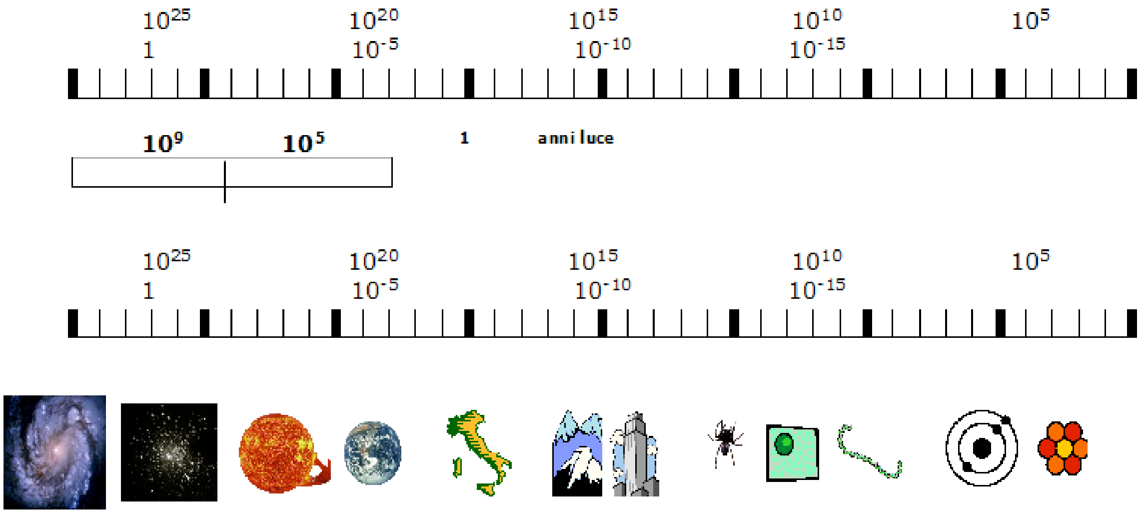
Forse non sapevano più che razza di nome inventarsi.
No funziona come il sistema decimale: possiamo dire 1 giga, 10 giga, 100 giga poi invece di dire 1000 giga possiamo dire 1 tera. Il mio computer ha 1 terabyte di memoria. Posso fare tutti i giochi del mondo.
Ma va. Scherzavo.

Intuitivamente era già emerso che la tacca di partenza per 1 metro poteva essere contrassegnata con 0.
100 assume un significato meno astratto. Un numero diviso per se stesso da sempre 1, quindi anche 102 : 102 =100:100 = 1 (anche senza utilizzare le proprietà delle potenze) quindi 100 = 1. Per quel che riguarda il segno meno davanti all'esponente ci si può per il momento accontentare del fatto che si tratta di un'utile scrittura simbolica coerente con il resto. Invece di 1x10x10x10…ma 1:10:10:10…

Possiamo ora cominciare a tracciare la nostra retta dove vediamo che ad ogni tacca andando verso destra moltiplichiamo per 10, quindi ci ritroviamo nell'ordine di grandezza immediatamente superiore, e andando verso sinistra dividiamo per 10, quindi ci ritroviamo nell'ordine di grandezza immediatamente inferiore. Scale di questo tipo vengono chiamate logaritmiche.

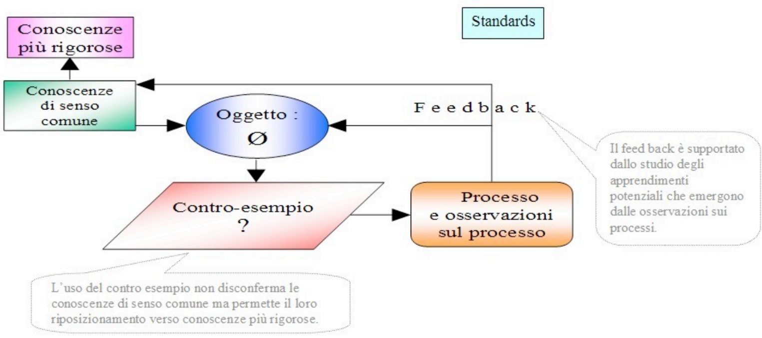
Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard E Livello 4.1. *Conosce significato, legge, rappresenta numeri con notazione esponenziale; stima ordine di grandezza con notazione esponenziale; confronta,*

Ora possediamo una scala sulla quale sistemare gli oggetti che abbiamo elencato. Se leggiamo questa scala da sinistra verso destra è una scala crescente ma possiamo anche costruirla decrescente. Può cominciare il lavoro vero e proprio di raccolta delle immagini e loro collocazione. Ogni immagine ha prodotto discussioni, alcune più interessanti altre meno perché non comportavano problemi di dimensionamento. Se non fosse possibile la realizzazione della presentazione con diapositive si può utilizzare anche un modello cartaceo. In corrispondenza dei vari ordini di grandezza potranno essere incollate immagini tratte da riviste e vecchi libri di scienze da destinare al macero.



2.5 Antichi giochi geometrici

A partire dalla descrizione di un antico gioco greco simile al Tangram si propone un laboratorio di ricerca di strategie per affrontare il gioco, riconoscendo figure geometriche e componendole. Quindi calcolare aree, volumi, perimetri per scomposizione. Il tutto proponendo situazioni dialogiche di confronto che inducono alla soluzione attraverso il confronto e lo scambio con gli altri.



L'unità didattica che segue non è ancora stata messa alla prova concretamente in un'aula scolastica, anche se ne ho sperimentato alcune parti con tutte le persone adulte che mi sono capitate a tiro nel corso dell'estate. Ero alla ricerca di idee per una unità didattica di geometria che si presentasse in modo stimolante e non troppo scontato. L'ispirazione mi è venuta da un vecchio ritaglio di Tuttoscienze della "Stampa" del 1998 che, in occasione della vendita all'asta del manoscritto di Costantinopoli riportante alcuni studi di Archimede, descrive un antico gioco greco lo Stomachion simile al Tangram cinese e ne propone la realizzazione. In seguito una ricerca su Internet mi ha fatto scoprire come questo genere di giochi sia alla base di un vivace ambito di ricerca matematica[7].

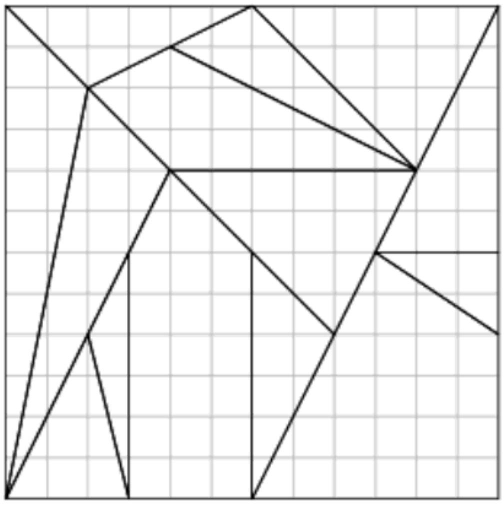
Giochi come lo Stomachion e il Tangram si prestano bene a introdurre e a sviluppare concetti di equiestensione e quindi quello di area e di isometria. Attraverso la manipolazione dei vari pezzi che le compongono è possibile utilizzarli per raffigurare forme geometriche, riconoscere figure geometriche piane anche orientate diversamente nel piano, confrontare superfici, sperimentare fenomeni di conservazione delle superfici, eseguire traslazioni, rotazioni, ribaltamenti. Inoltre permettono, attraverso la quadrettatura, indispensabile nella fase di costruzione dello Stomachion, di definire alcuni concetti che sono alla base del piano cartesiano senza introdurlo immediatamente ma magari solo dopo aver sperimentato l'evidente comodità di operare su un reticolato. Anche quegli studenti presenti nelle nostre classi, disomogenee spesso anche per livelli di istruzione frequentati, che conoscono abbastanza bene il piano cartesiano, non si annoieranno nello scoprire la semplicità del teorema di Pick che rende superflui molti calcoli della geometria analitica per la determinazione dell'area di un triangolo o di un qualsiasi altro poligono quando questo possiede coordinate intere.

A differenza del ben più noto Tangram composto di 7 pezzi, lo Stomachion, ne possiede 14: 11 triangoli, 2 quadrilateri e 1 pentagono. Nel trattato attribuito ad Archimede, lo scienziato siracusano più che occuparsi del gioco di creare figure di fantasia, si chiedeva quante soluzioni avesse il problema di ricomporre il quadrato intero con i 14 pezzi e se esistesse una formula per stabilire quante fossero le soluzioni di problemi del genere. Si tratta di problemi di calcolo combinatorio che sono stati sviluppati solo in tempi recenti parallelamente all'uso

---

[7] Coffin, S. T. "Two-Dimensional Dissections Other Tangram-Like Puzzles." Ch. 1 in The Puzzling World of Polyhedral Dissections http://www.johnrausch.com/PuzzlingWorld/chap01c.htm.
Rorres, C. "Stomachion Introduction." http://www.mcs.drexel.edu/~crorres/Archimedes/Stomachion/intro.html.
Eric W. Weisstein. "Stomachion." From *MathWorld* http://mathworld.wolfram.com/Stomachion.html, http://math.ucsd.edu/~fan/stomach/tour/stomach.html
Inserto Tuttoscienze della Stampa "La scatola di Archimede" http://digilander.libero.it/arti2000/ts99/981209.htm
Fulgenti, Nardi, Paternoster Percorsi operativi in geometria-Il teorema di Pick pagg. 108, 109, 110. Viaggio a Mathelandia – CIDI – Rimini Franco Angeli ; *Gianfranco Bo.* digilander.libero.it/basecinque/geopiana/pickteor.htm

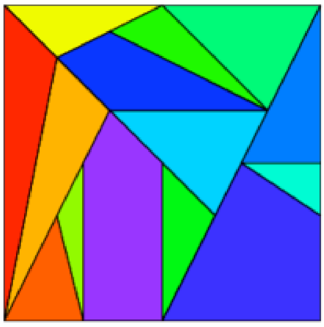
dei computer. Anche se può essere interessante accostarsi in maniera empirica e con un gioco al calcolo combinatorio, la questione qui è troppo complessa.[8]
Lo Stomachion può essere invece utilizzato per rivisitare il problema del calcolo delle aree di figure inserite in un reticolato che ci permette di ridare un po' di lustro ad uno strumento ultimamente piuttosto trascurato che invece si presta bene a studiare caratteristiche geometriche delle figure piane: il geopiano.[9]
Nel nostro caso il geopiano che ci interessa è costituito da 169 chiodi, tanti sono i nodi del reticolato che ci guida nella costruzione dello Stomachion e nella possibilità di studiarlo un po'. Ovviamente può bastare anche un reticolato disegnato sulla carta quadrettata ma esistono anche dei geopiani (lattice in inglese) virtuali offerti nel web.
Per costruire il mio Stomachion ho utilizzato questa immagine che può essere stampata o riportata su carta con quadretti grandi.



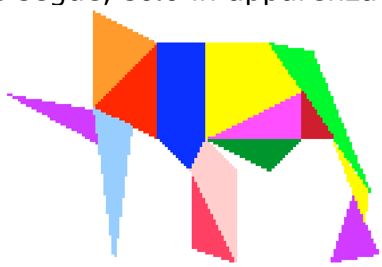
I vari pezzi possono essere colorati per identificarli meglio da entrambe le parti. Se interessa anche prestare attenzione al discorso della riflessione è allora opportuno contrassegnare le facce della figura in modo diverso perché a differenza del Tangram in cui un solo pezzo è privo di asse di simmetria (il parallelogramma) nello Stomachion tutti i pezzi ne sono privi.

[8] *Sono state calcolate 17152 combinazioni diverse del puzzle che riformano il quadrato, 536 se non si considerano rotazioni e riflessioni del quadrato, senza contare che nessuno ha ancora dimostrato la validità del calcolo. Ci si può sforzare soltanto di immaginare quali possono essere state le informazioni che i ricercatori hanno dato ai loro computer perché potessero produrre questo risultato (ampiezze degli angoli delle varie figure e quali di questi sommati formano angoli di 90°, misure dei lati ...).*

[9] *Ideati dal matematico pedagogista inglese Caleb Gattegno sono efficaci a diversi livelli di apprendimento.Il geopiano è costituito da una tavoletta di legno sulla quale è disegnato un reticolato i cui nodi sono messi in evidenza con dei chiodini; fra di essi si possono tendere degli elastici di diverso colore. Sui geopiani si possono tracciare le più diverse figure; è così possibile rappresentare e studiare numerose differenti situazioni geometriche: relative alla forma e alle proprietà delle figure, alle dimensioni ed estensioni, problemi di simmetria, di similitudine, di ricerca di casi possibili, di classificazione ed altri ancora. Con un geopiano a 9 chiodi si possono ottenere tutti i tipi di quadrilateri quadrati. Con 25 chiodi si possono proporre esercizi sulla simmetria assiale e su quella centrale o sulla determinazione dell'area di figure poligonali. Aumentando il numero dei chiodi del geopiano, aumentano anche le situazioni che si possono proporre. Un geopiano di 121 chiodi può servire ad introdurre il piano cartesiano, l'equivalenza delle figure poligonali e per metterne in evidenza i vari elementi.*



Usando questi 14 pezzi, come con il Tangram, è possibile scatenare la propria immaginazione e dare vita a numerose figure, oggetti, animali, personaggi.
Con un numero inferiore si possono costruire altre figure geometriche: quadrati di dimensioni minori, rettangoli, trapezi, parallelogrammi etc.
Penso sia importante dedicare un po' di tempo alla manipolazione del gioco, componendo figure libere o geometriche nei vari modi. Questa fase è utile perché crea alcuni dei prerequisiti necessari alla risoluzione di problemi più impegnativi, come potrebbe essere quello che segue, solo in apparenza banale.

 [10]

Come si possono comporre tre poligoni convessi di area equivalente, utilizzando tutti i 14 pezzi del gioco?
Quali sono le operazioni che gli allievi dovranno eseguire per risolvere il problema anche utilizzando metodi diversi che sarà interessante rilevare?
Questa procedura può essere decisa collettivamente, se vi sono altre proposte ovviamente vanno esaminate e valutate.
Calcolare l'area del quadrato intero. Dividere per tre per conoscere l'area di ciascuna delle tre figure non necessariamente formate dallo stesso numero di pezzi. Calcolare l'area dei singoli pezzi
Comporli in modo tale da ottenere tre poligoni convessi di area equivalente
Io proporrei questo lavoro ad una classe suddividendola in gruppi composti al massimo di 4-5 persone, in modo che possano confrontare fra di loro le diverse strategie, suddividere le parti ripetitive del lavoro; inoltre nella fase finale la composizione delle tre figure diventa più rapida e più appassionante. La prima operazione non dovrebbe presentare difficoltà, il foglio è quadrettato e risulta abbastanza intuitivo il calcolo dell'area del quadrato di lato 12, anche per coloro ai quali non viene automatico fare 12x12.
L'unità di misura, 1 quadretto, è stata precisata nella fase di costruzione del gioco. Suddividere in tre parti uguali l'area ottenuta è collegata alla comprensione della procedura del problema discussa in precedenza e al concetto di equiestensione delle figure che si dovranno formare.

[10] *Il poeta latino Ausonio (IV secolo d.C.) in un suo manoscritto, dove paragona lo Stomachion noto anche come Loculus Archimedius (Scatola di Archimede) ad una poesia con versi di metriche diverse, riporta la figura di un elefante costruito con i 14 pezzi del gioco.*

Il calcolo dell'area dei singoli pezzi può dar luogo a strategie diverse dal conteggio dei quadretti e delle frazioni di questi, all'individuazione, utilizzando il reticolo, delle misure delle basi e delle altezze per i triangoli rettangoli e per quelli non rettangoli ma le cui altezze coincidano col reticolo, alla composizione e scomposizione degli altri triangoli, dei quadrilateri e del pentagono.

Si può suggerire a questo punto di utilizzare come controllo per il calcolo delle aree il Teorema di Pick che sorprenderà tutti per la rapidità della sua applicazione.

Area = I + P/2-1 dove I = numero di nodi interni al poligono e P = numero nodi sul perimetro. La formula è valida per tutti i tipi di poligoni. Viene in questo modo rafforzato il concetto di nodo di un reticolo, di regione interna, esterna o sul contorno (perimetro) di una figura piana. La formula potrà poi essere, almeno intuitivamente, se non rigorosamente, dimostrata sul geopiano in altra occasione.

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard F. Livello 1.6, *Riconosce in modo intuitivo perimetri aree, volumi da esempi concreti o grafici come reticoli quadrettati, legge, scrive loro simboli informali.* Livello 1.7 *Legge aree e volumi come prodotti lineari del tipo 3x5.* **Standard B**, Livello 2.9 *Individua il perimetro come somma di lati, l'area e il volume come prodotto in esempi concreti o grafici (carta quadrettata).* Livello 4.8. *Scompone figure;* Livello 4.9. *Riconosce equiestensione, calcola aree per scomposizione.*

Conoscendo ora la misura delle superfici dei singoli pezzi si tratta di comporli in modo tale che formino poligoni convessi la cui superfici misuri 48q. La specificazione convessi è necessaria perché il problema non diventi banale.

Nell'insieme il lavoro procede seguendo il filo conduttore del problema ma integrando informazioni e procedimenti man mano che si rendono necessari o che vengono proposti, utilizzando e condividendo conoscenze e competenze proprie e altrui.

Riferimento agli Standard. Area scientifica. Standard B. Livello 4.10. *Analizza, risolve problemi di composizione e scomposizione del piano con diverse modalità.* Livello 4.15. *Risolve problemi integrando dati, proprie conoscenze e competenze con altri.*

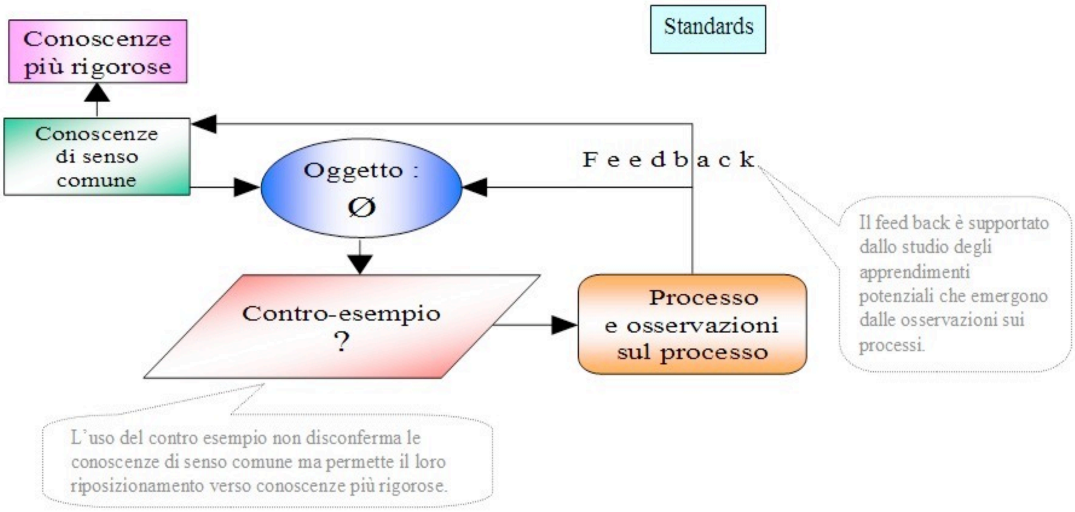
Per concludere si possono registrare i risultati ottenuti, disegnando le figure che si sono ottenute e indicando i pezzi che le costituiscono.Volendo ripercorrere una parte del manoscritto arabo che riporta le osservazioni attribuite ad Archimede si possono riassumere le caratteristiche geometriche dello Stomachion in una tabella come quella che segue, dove è interessante mettere in relazione l'area del singolo pezzo con l'area totale del gioco attraverso un rapporto.

Area (q)	*n° pezzi*	*Forma pezzi*	*Rapporto di ciascun pezzo rispetto alla sup. totale*
3	*2*	*1 triangolo ottusangolo e 1 triangolo rettangolo*	*1/48*
	4	*3 triangoli ottusangoli di cui 2 uguali,1 acutangolo*	*1/24*
9	*1*	*1 triangolo rettangolo*	*1/16*
12	*5*	*2 t. acutangoli uguali, 2 t. ottusangoli, 1 quadrilatero*	*1/12*
21	*1*	*1 quadrilatero*	*7/48*
24	*1*	*1 pentagono*	*1/6*

2. 6 Analisi del modello prevalente *A partire dal senso comune*

Tutte le unità didattiche presentate afferiscono ad un modello prevalente che è stato definito ***A partire dal senso comune.***
Il modello è rappresentato nello schema posto di seguito e pone il fuoco sull'**oggetto** disciplinare, lo sviluppo di questo oggetto tiene conto delle **convinzioni di senso comune** che limitano o bloccano la possibilità di una conoscenza più rigorosa dell'oggetto in questione. Per portare l'allievo a scoprire contraddizioni su tali convinzioni, che nella mentalità comune possono sembrare anche molto evidenti, può essere molto efficace lo strumento del **controesempio**.

Processo e osservazioni del processo vuole mettere in evidenza che gli apprendimenti potenziali emergono proprio dall'attenzione dell'insegnante ai processi, favorita da attività che a partire dal controesempio portano alla estensione del problema e alla generalizzazione delle "nuove" proprietà.
Lo schema sottolinea anche la circolarità dell'apprendimento: le **conoscenze più rigorose** nate dal cambiamento di prospettiva e dalle riflessioni da questo indotte vanno a costituire un livello più elevato di conoscenze attraverso un processo di **feed back** continuo.


Conoscenze
più rigorose
Standards
Conoscenze
di senso
comune
Oggetto :
Ø
Feedback
Il feed back è supportato
dallo studio degli
apprendimenti
potenziali che emergono
dalle osservazioni sui
processi.
Contro-esempio
?
Processo
e osservazioni
sul processo
L'uso del contro esempio non disconferma le
conoscenze di senso comune ma permette il loro
riposizionamento verso conoscenze più rigorose.